CC1 du 12/11/2013. Durée : 80 minutes.
Documents et téléphones interdits.

Exercice 1

Soit $(u_n)_{n\geq 0}$ une suite arithmétique telle que, $u_2 = 2$ et $u_{12} = -38$.

1. Calculer le premier terme u_0 et la raison de cette suite.
2. Pour quel entier n, $u_n \leq -90$.

Exercice 2

Soit $(u_n)_{n\geq 0}$ une suite géométrique telle que, $u_1 = \frac{3}{2}$ et $u_3 = \frac{27}{2}$.

1. Calculer le premier terme u_0 et la raison de cette suite.
2. Calculer, en justifiant, n telle que $u_n \geq 30$. On donne la valeur approchée de $\frac{\ln(2)}{\ln(3)} \approx 0,6$, $\frac{\ln(5)}{\ln(3)} \approx 1,5$.

Exercice 3

La population d'une ville augmente de 25% par an. Au début de l'année 2000, le recensement a établi que la ville comptait 4000 habitants.

1. Formuler les données en termes de suites.
2. En déduire le nombre d'habitants de cette ville au début de l'année 2002.
3. En quelle année la population de cette ville aura quadruplé ? Justifier. On donne la valeur approchée de $\frac{\ln(4)}{\ln(5/4)} \approx 6,3$.

Exercice 4

Après avoir donner le domaine de $\mathbb{R}$ où ces équations sont valides, résoudre les équations suivantes :

1. $2\ln(2x+4) + \ln(x-1) = \ln(4(x-1)^2)$;
2. $4e^{2x} - 4e^x + 1 = 0$.

Exercice 5

Dériver (et factoriser au maximum) les fonctions f suivantes :

1. $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + 6x^2 + 10$;
2. $f(x) = \sqrt{\frac{1}{4}x^2 + 1}$;
3. $f(x) = \ln(x^2 + 2x + 1)$;
4. $f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{x}}$;
5. $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2+2x}$.